02 1992

6 9 5

ТУ–19–241–82

8

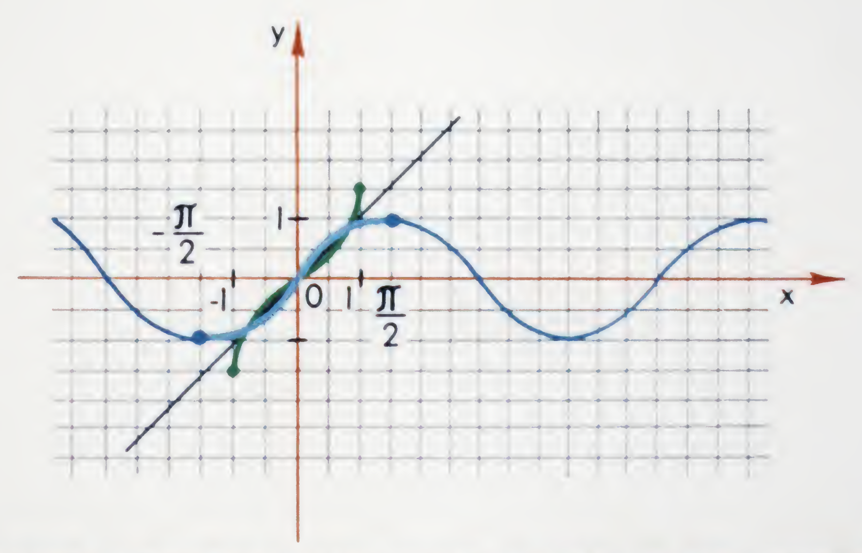
3


студия
ДИАФИЛЬМ

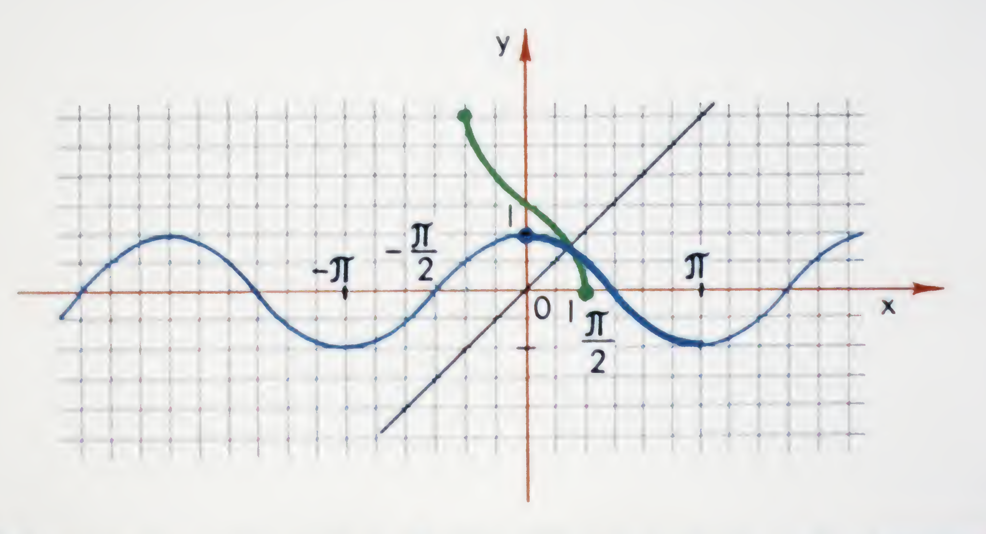
07—3—546

# РЕШЕНИЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

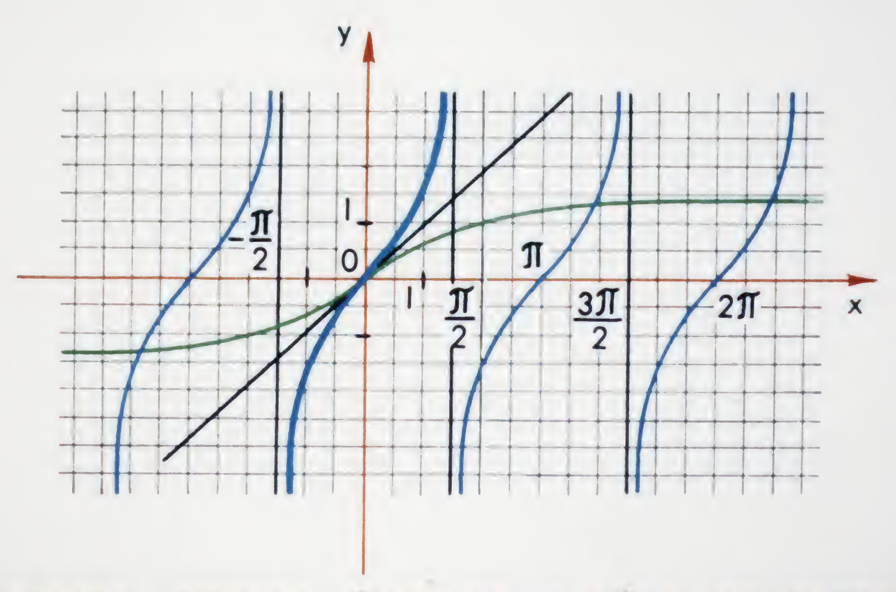
Диафильм по математике для X класса



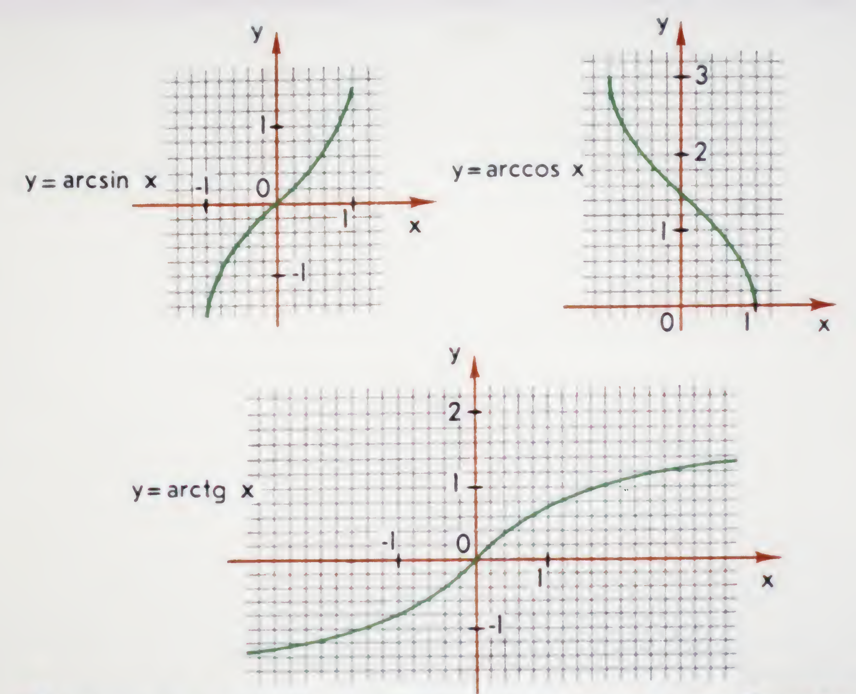

Объясните, почему функция $y = \sin x$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ имеет обратную функцию. Как она называется? Чему равен а) $\arcsin 0$; б) $\arcsin 1$; в) $\arcsin(-1)$; г) $\arcsin \frac{1}{2}$; д) $\arcsin\left(-\frac{1}{2}\right)$?



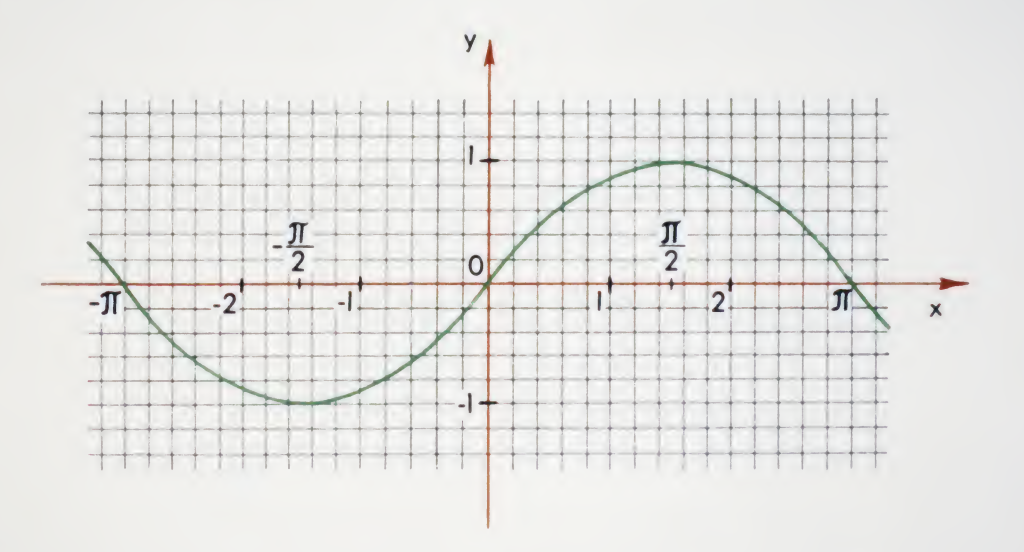

Объясните, почему функция $y=\cos x$ на отрезке $[0; \pi]$ имеет обратную функцию. Как она называется? Чему равен а) $\arccos 0$; б) $\arccos 1$; в) $\arccos(-1)$; г) $\arccos \frac{1}{2}$; д) $\arccos\left(-\frac{1}{2}\right)$?



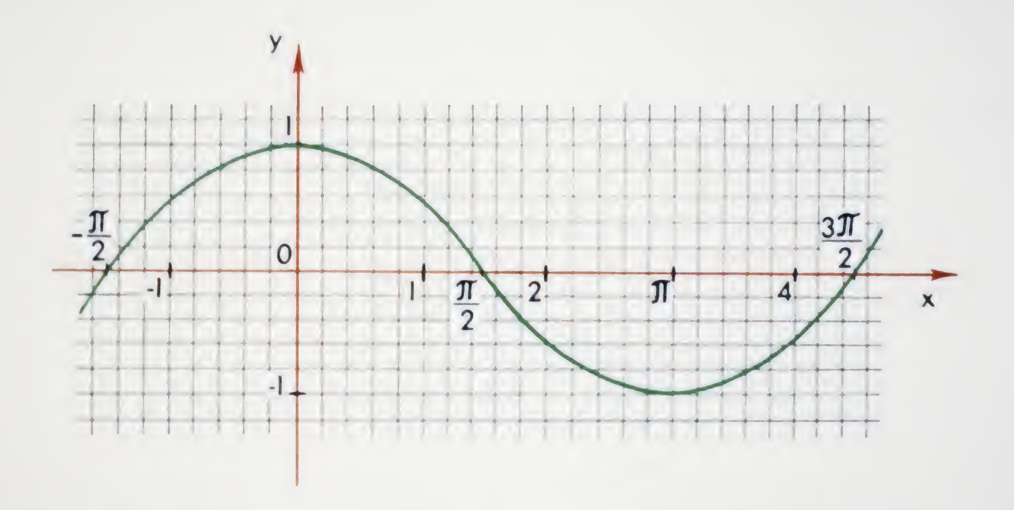

**Объясните, почему функция $y = \operatorname{tg} x$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ имеет обратную функцию. Как она называется? Чему равен а) arctg 0; б) arctg 1; в) arctg (−1); г) arctg $(-\sqrt{3})$?**



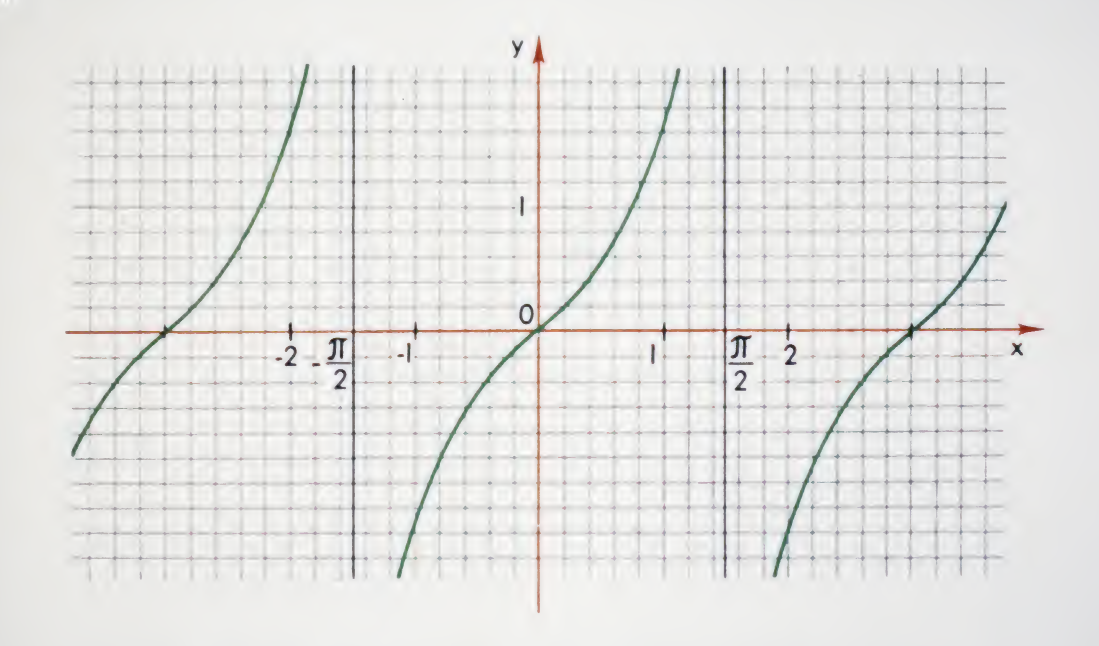

**Можно ли указать с помощью графика приближенное значение а) arcsin 0,3; б) arccos π; в) arcsin $\frac{\pi}{6}$; г) arccos 1,3; д) arctg π; е) arctg (-0,3)?
Если можно—укажите, если нет—объясните почему.**



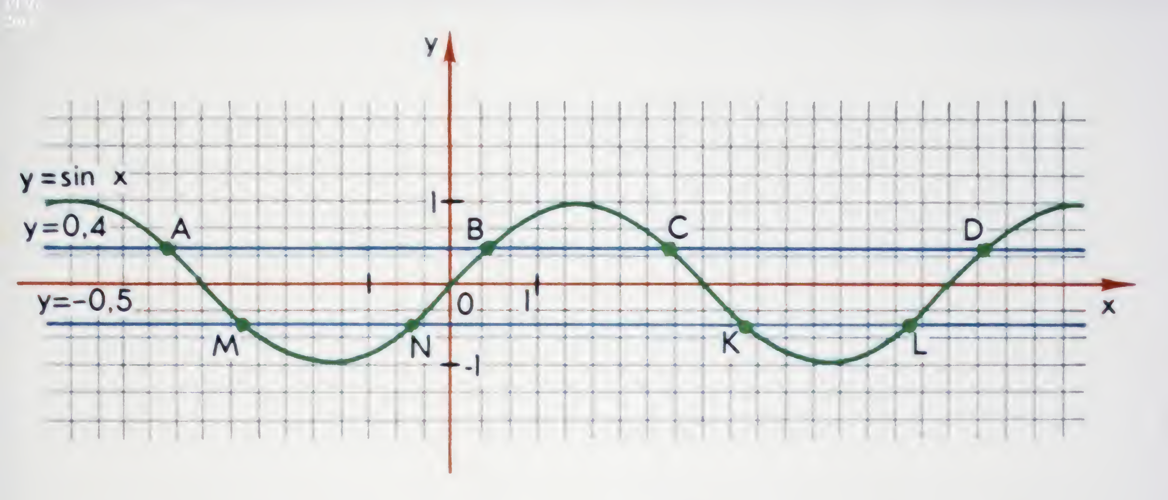

С помощью графика $y = \sin x$ найдите: а) $\arcsin 0,5$; б) $\arcsin (-0,5)$; в) $\arcsin 0,4$; г) $\arcsin (-0,4)$; д) $\arcsin \left(-\frac{\pi}{15}\right)$; е) $\arcsin \frac{\pi}{15}$.




**С помощью графика $y = \sin x$ найдите: а) arccos 0,5; б) arccos (–0,5); в) arccos 0,4; г) arccos (–0,4); д) arccos $\left(-\frac{\pi}{15}\right)$; е) arccos $\frac{\pi}{15}$.**




С помощью графика $y = \operatorname{tg} x$ найдите: а) arctg 0,5;
б) arctg (–0,5); в) arctg (1); г) arctg (–1);
д) arctg 1,1; е) arctg (–1,1).

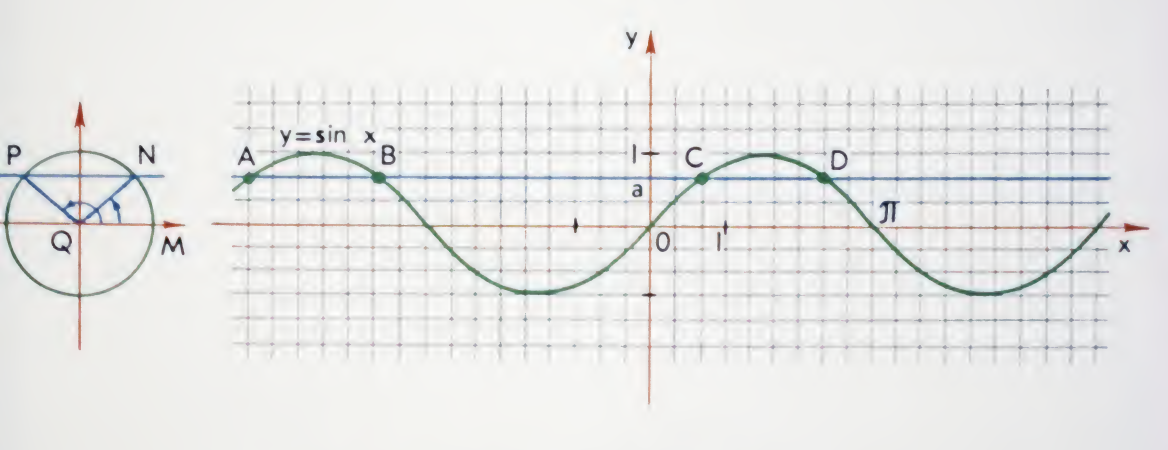



Чтобы решить уравнение sin x = a графически, надо:

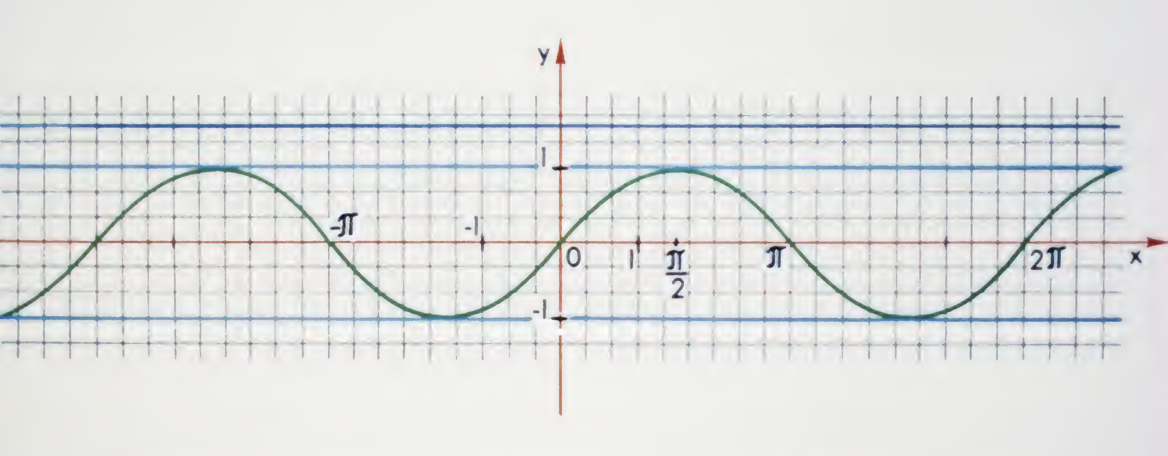
1) построить графики функций sin x = a и y = a;

2) найти абсциссы точек пересечения этих графиков (если они имеются).

Укажите несколько решений уравнений: а) sin x = 0,4; б) sin x = −0,5.

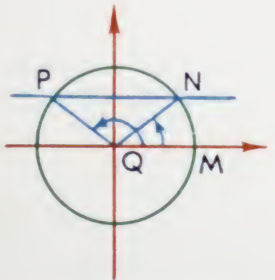



Абсцисса точки C равна arcsin a.
Чему равна абсцисса точки A? точки B? точки D?



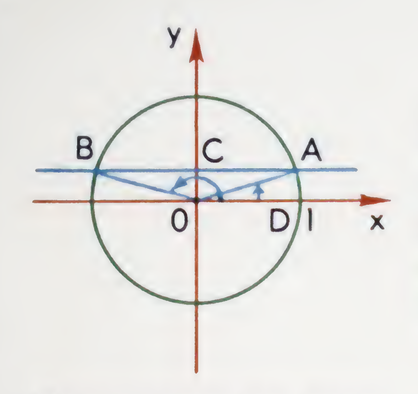

Объясните, почему уравнение $\sin x = a$ не имеет решений при $|a| > 1$.

Каковы решения этого уравнения при $a=1$? при $a=-1$? при $a=0$?




**Для того чтобы найти все решения уравнения sin $x=a$ при $|a|<1$, достаточно найти все решения этого уравнения на любом отрезке длиной $2\pi$. Почему?**

**Укажите решения уравнения sin $x=a$ на отрезке $[0;2\pi]$.**



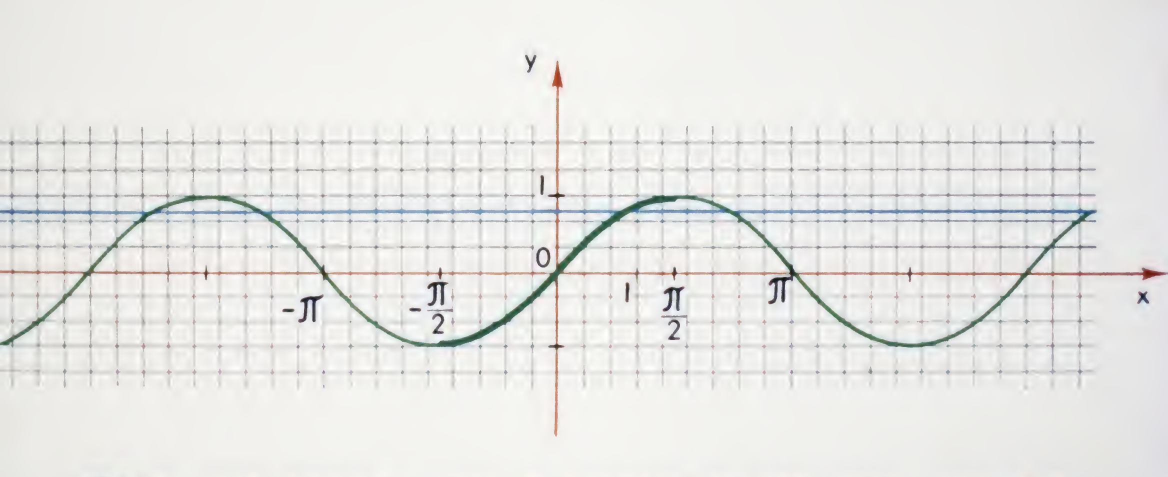

**Объясните каждый шаг в доказательстве того, что решением уравнения $\sin x = a$ на отрезке $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$ является $x = \pi - \arcsin a$:**

*Доказательство.*

**Если $\frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2}$, то $-\frac{\pi}{2} > -x > -\frac{3\pi}{2}$;**

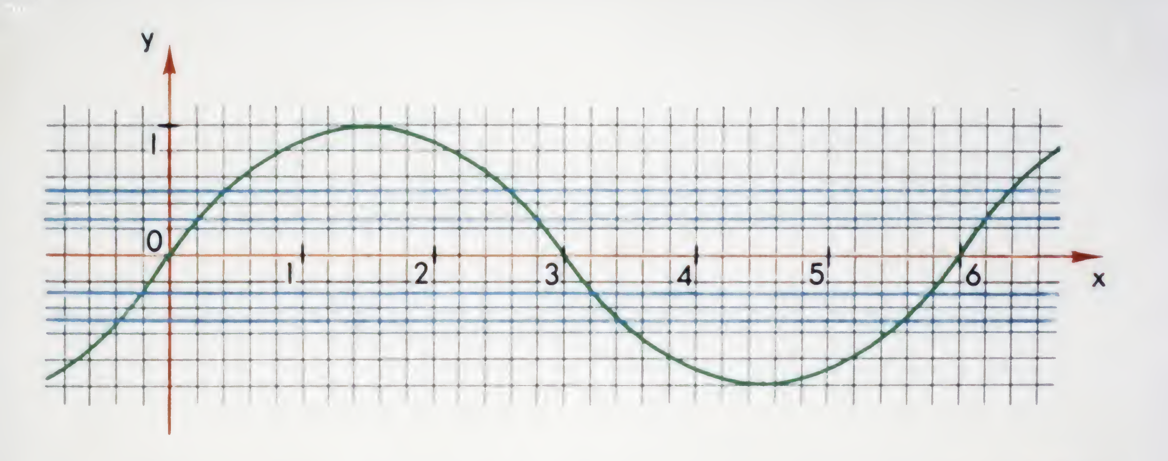
**$\pi + \left(-\frac{\pi}{2}\right) > \pi - x > \pi + \left(-\frac{3\pi}{2}\right)$; $\frac{\pi}{2} > \pi - x > -\frac{\pi}{2}$.**

**Поскольку $-\frac{\pi}{2} < \pi - x < \frac{\pi}{2}$ и $\sin(\pi - x) = a$, то $\pi - x = \arcsin a$, $x = \pi - \arcsin a$.**



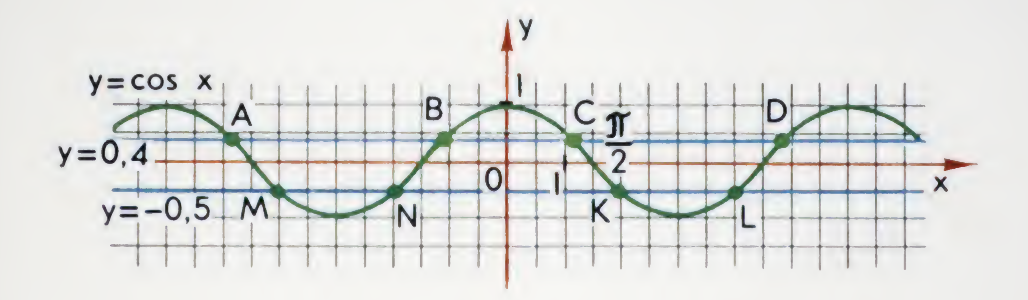

**Объясните каждый шаг в доказательстве того, что все решения уравнения sin x = a могут быть получены по формуле $x=(-1)^k \arcsin a+K\pi$; $K \in Z$.**

*Доказательство*. **Решения уравнения sin x=a: $x=\arcsin a+2\pi n$; $x=\pi-\arcsin a+2\pi n$ или $x=\arcsin a+2n\cdot\pi$; $x=\arcsin a+(2n+1)\pi$. Следовательно, $x=(-1)^k \arcsin a+K\pi$; $K \in Z$.**




**Укажите приближенные решения на отрезке [0; 2$\pi$] следующих уравнений: 1) $\sin x = \frac{\pi}{6}$; 2) $\sin x = -\frac{1}{2}$; 3) $\sin x - \frac{\pi}{12}$; 4) $\sin x = \frac{1}{4}$.**

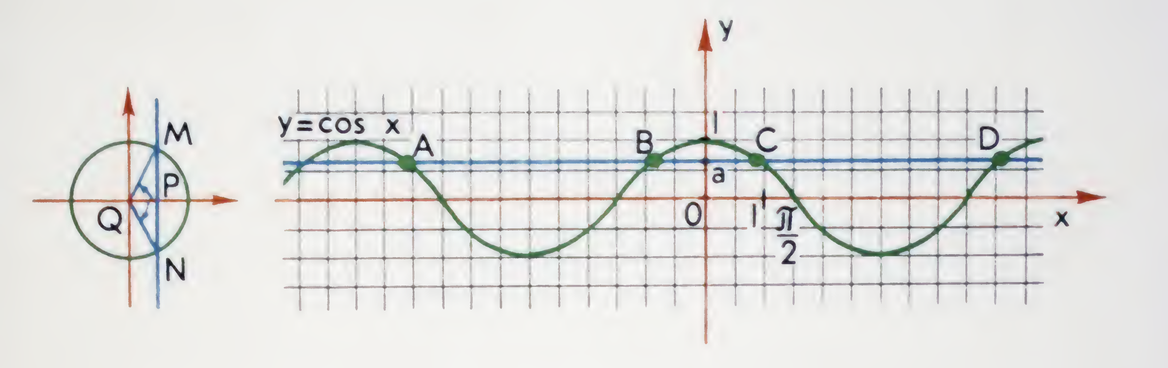
**Как записать формулу для нахождения всех решений каждого из этих уравнений?**



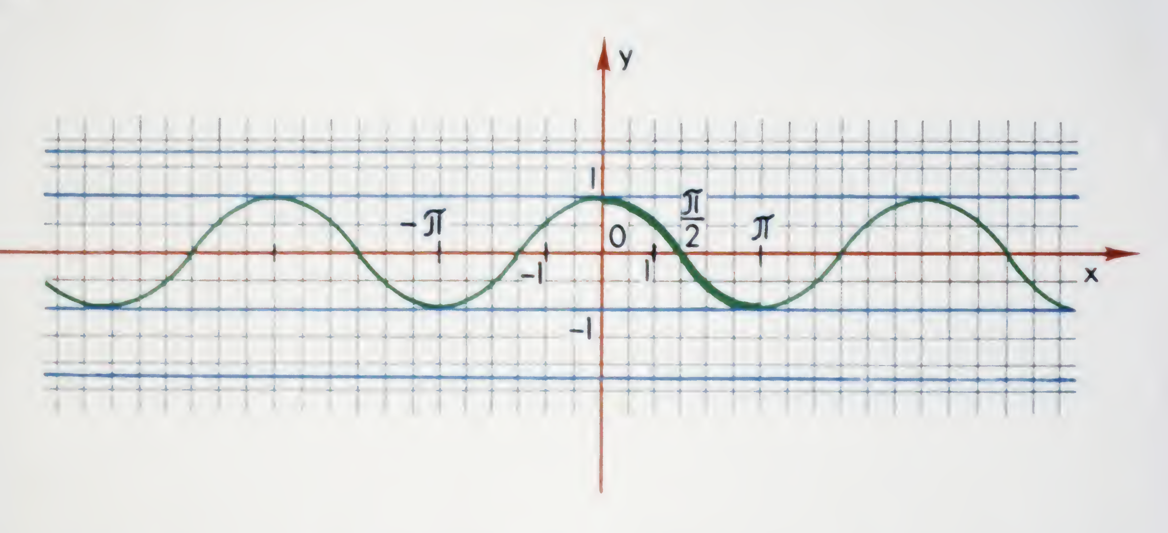

**Каким образом можно решить уравнение cos x = a графически? Каким должно быть a, чтобы уравнение имело решение?**

**Укажите несколько решений уравнений:**

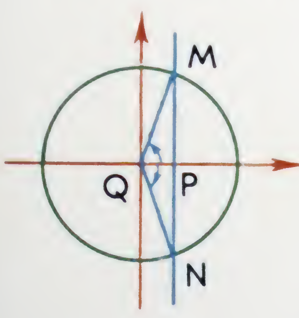
**а) cos x = 0,4; б) cos x = −0,5.**



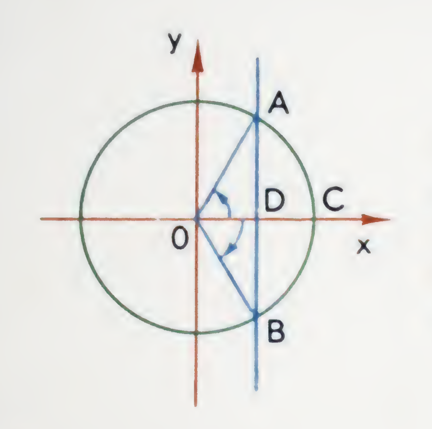

**Абсцисса точки C равна arccosa. Чему равна абсцисса точки A? точки B? точки D?**




**Объясните, почему уравнение cos x=a не имеет решений при |a|>1. Каковы решения этого уравнения при a=1? при a=-1? при a=0?**




**Для того чтобы найти все решения уравнения $\cos x = a$ при $|a| < 1$, достаточно найти все решения этого уравнения на любом отрезке длиной $2\pi$. Почему? Укажите решения уравнения $\cos x = a$ на отрезке $[-\pi; \pi]$.**



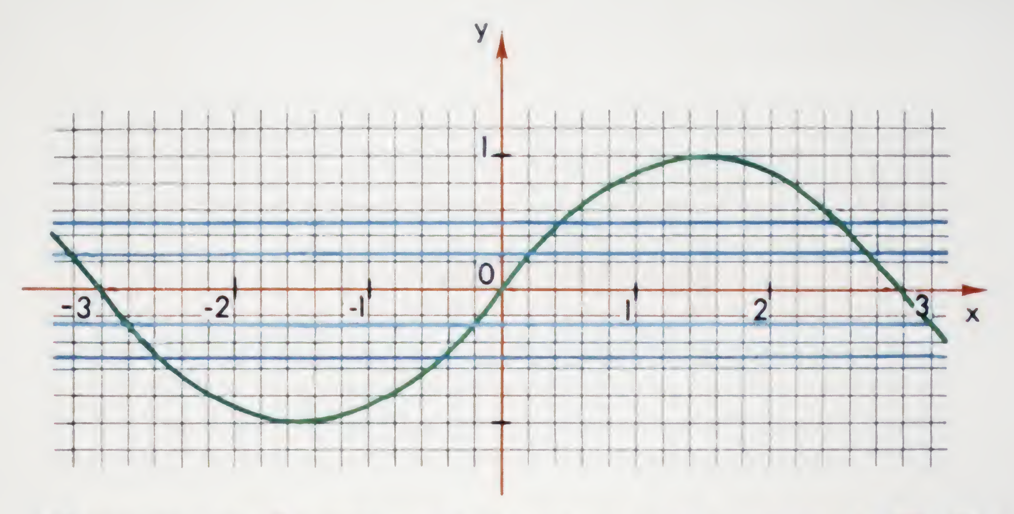

**Объясните каждый шаг в доказательстве того, что все решения уравнения $\cos x = a$ могут быть получены по формуле $x = \pm \arccos a + 2K\pi$.**

*Доказательство.*

**Решения уравнения $\cos x = a$: $x = \arccos a + 2K\pi$;**

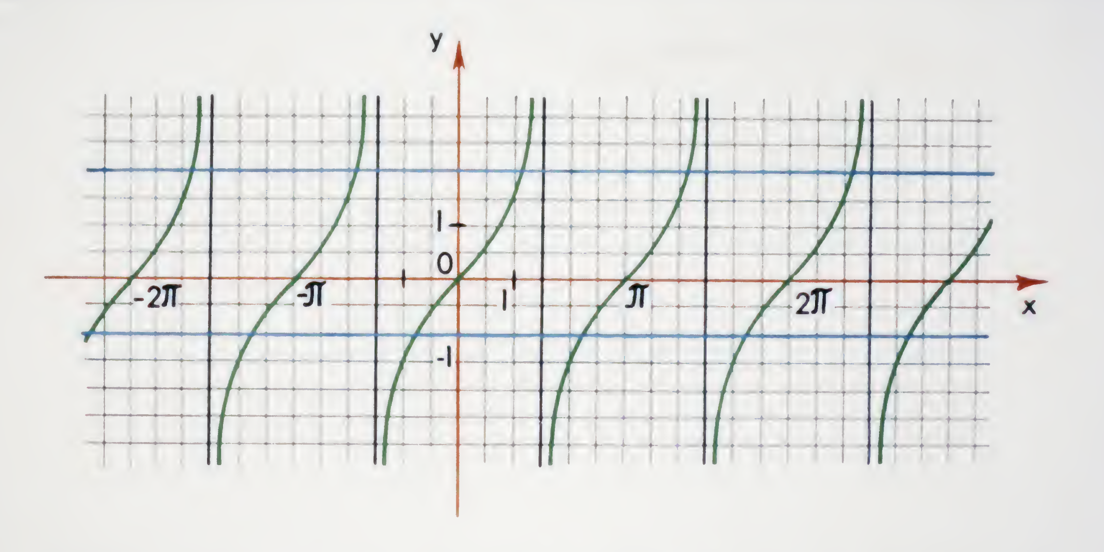
$$x = -\arccos a + 2K\pi.$$

**Их можно записать в виде формулы $x = \pm \arccos a + 2K\pi$.**

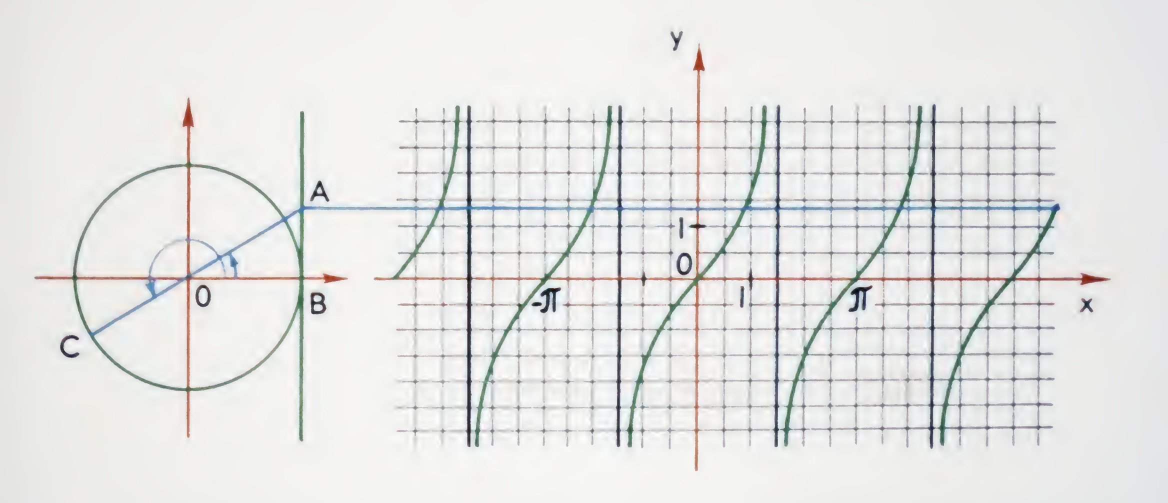



Укажите приближенные решения на отрезке $[-\pi; \pi]$ следующих уравнений: 1) $\cos x = \frac{\pi}{6}$; 2) $\cos x = -\frac{1}{2}$; 3) $\cos x = -\frac{\pi}{12}$; 4) $\cos x = \frac{1}{4}$.

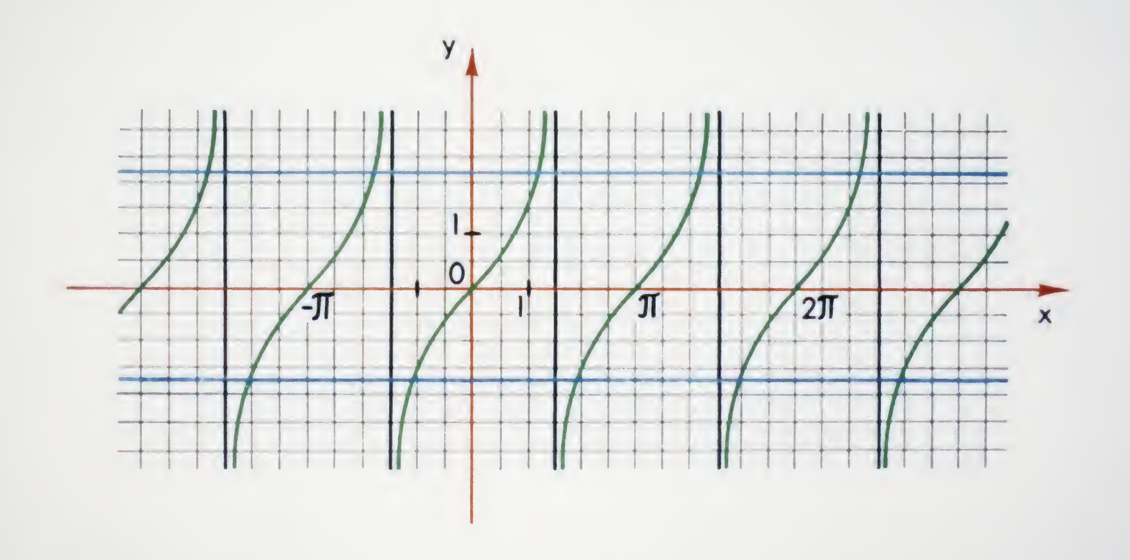
Как записать формулу для нахождения всех решений каждого из этих уравнений?



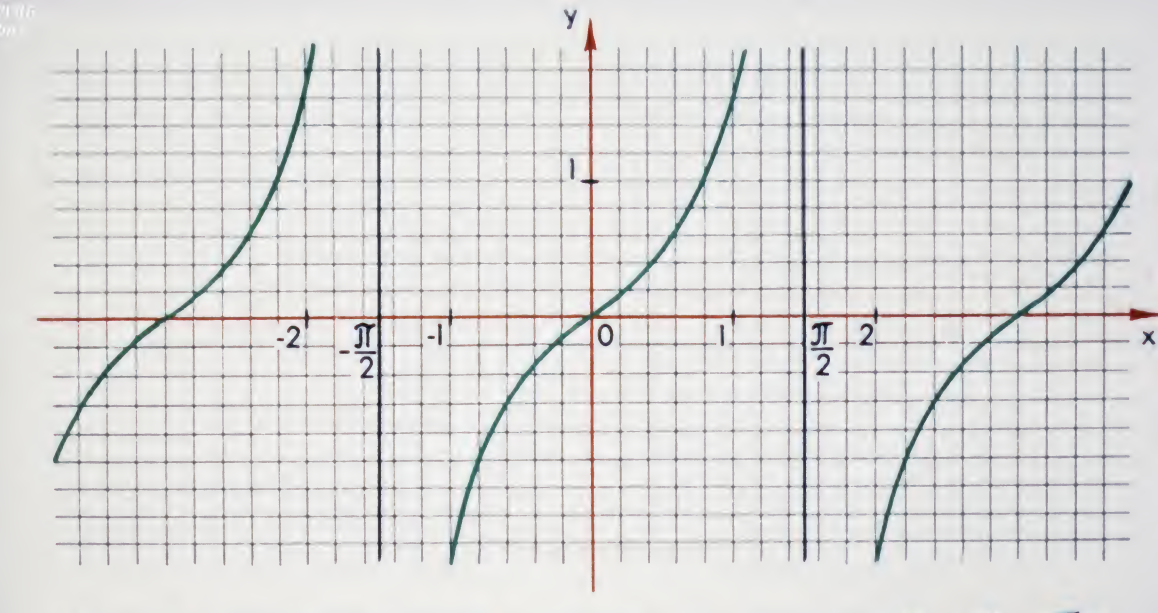

**Имеет ли уравнение tg $x = a$ решение при $|a| > 1$? при $|a| < 1$? Укажите какое-либо одно решение этого уравнения: 1) при $a = 1$; 2) при $a = -1$; 3) при $a = 0$; 4) при $a = 2$.**



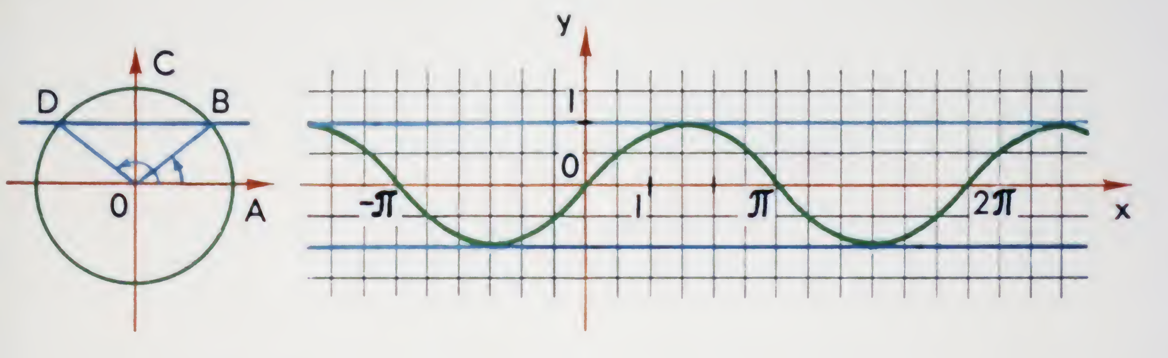

Для того, чтобы найти все решения уравнения tg $x=a$, достаточно найти все решения этого уравнения на любом отрезке длиной $\pi$. Почему? Укажите решения уравнения tg $x=a$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.




Объясните, почему все решения уравнения $\operatorname{tg} x = a$ могут быть получены по формуле $x = \operatorname{arctg} a + K\pi$, $K \in Z$.




Укажите приближенные решения на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ следующих уравнений: 1) $\operatorname{tg} x=\frac{\pi}{6}$; 2) $\operatorname{tg} x=-\frac{\pi}{3}$; 3) $\operatorname{tg} x=-\frac{\pi}{2}$; 4) $\operatorname{tg} x=2$.

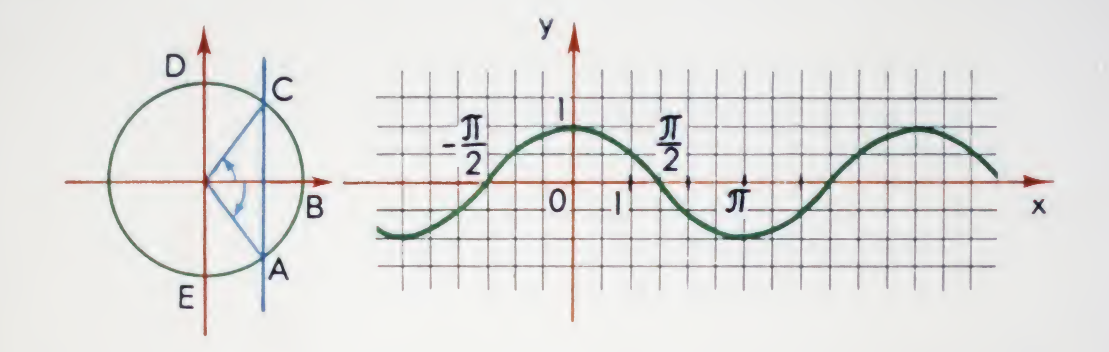



**Можно ли найти все решения уравнения $\sin x = 1$:**

**а) по формуле $x = (-1)^n \frac{\pi}{2} + \pi n$; б) по формуле**

**$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n \quad (n \in Z)$?**

**Укажите две формулы, по которым могут быть найдены все решения уравнения $\sin x = -1$.**

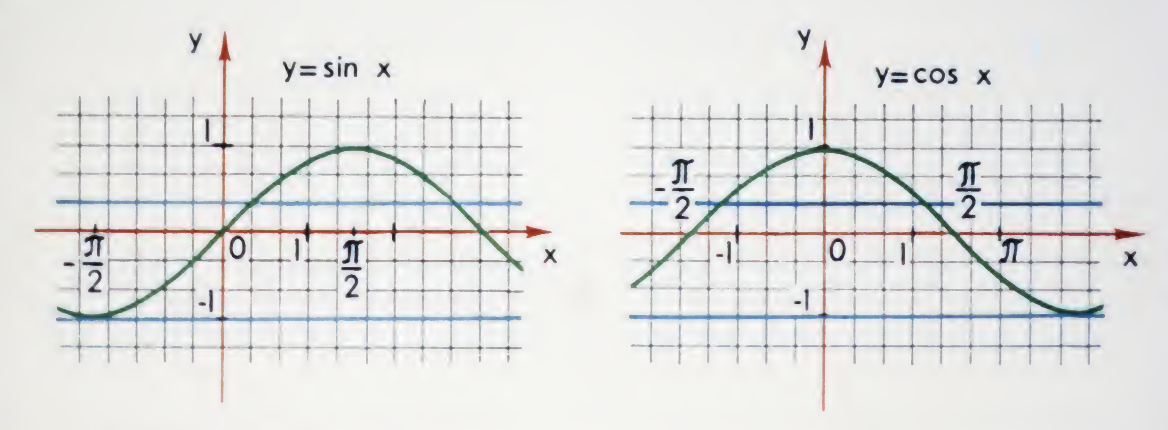



**Можно ли найти все решения уравнения $\cos x = 0$:**

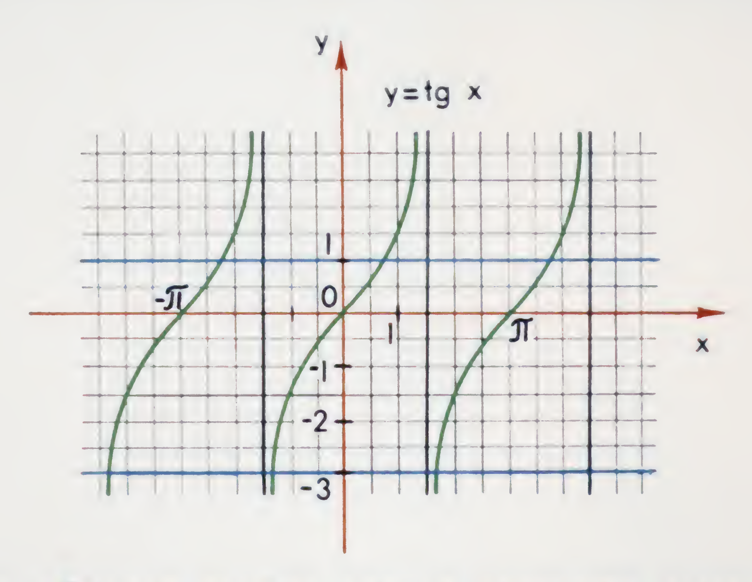
**а) по формуле $x = \pm\frac{\pi}{2} + 2K\pi$; б) по формуле**

**$x = \frac{\pi}{2} + K\pi \quad (K \in Z)$ ?**

**Укажите две формулы, по которым могут быть найдены все решения уравнения $\cos x = -1$.**

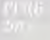



**Каким образом можно свести решение уравнения $3\sin^2 x - 7\sin x + 2 = 0$ к решению уравнений $\sin x = 2$ и $\sin x = \frac{1}{3}$; решение уравнения $3\cos^2 x + 2\cos x - 1 = 0$ к решению уравнений $\cos x = \frac{1}{3}$ и $\cos x = -1$? Укажите решения этих уравнений.**




Каким образом можно свести решение уравнения $tg^2 x + 2tg x - 3 = 0$ к решению уравнений $tg x = -3$ и $tg x = 1$?

Укажите решения этого уравнения.



$\sin x = a$

$\cos x = a$

$\operatorname{tg} x = a$

Каким образом можно свести решение следующих уравнений к решению простейших уравнений вида $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$:

1) $6\sin^2 x - 5\cos x + 5 = 0;$

2) $\sin x - \cos^2 x = 0;$

3) $\sin^4 x - \cos^4 x = 0;$

4) $\sin^2 x - \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) - 1 = 0;$

5) $3\cos^2 x - 4\sin x \cos x + \sin^2 x = 0$?

## К сведению учителя

Диафильм состоит из нескольких фрагментов. Конец каждого фрагмента обозначен знаком △.

Кадры 2—8 предназначены для пропедевтического знакомства с решением простейших тригонометрических уравнений.

Кадры 9—15, 16—21, 22—25—для знакомства с решением простейших тригонометрических уравнений.

Кадры 26—27 позволяют обратить внимание учащихся на то, что в некоторых случаях целесообразно записывать решения простейших тригонометрических уравнений, не прибегая к общей формуле.

Последний фрагмент предназначен для обсуждения вопроса о том, что решение любого тригонометрического уравнения сводится к решению простейших тригонометрических уравнений.

# КОНЕЦ

Диафильм создан по программе, утвержденной Министерством просвещения СССР

Автор кандидат педагогических наук
М. ВОЛОВИЧ

Художник-оформитель
В. И. ЕРМОЛАЕВА

Редактор
Т. РАЗУМОВА

Д-245-85


103062, Москва, Старосадский пер., 7

Цветной